

Согласовано
ЦПК ФГБОУВО «РГУП»
Протокол № 62/1 от 15 декабря 2015 г.

Утверждено
Учебно-методическим советом ФГБОУВО «РГУП»
Протокол № 3 от 15 декабря 2015 г.

ПРОГРАММА
письменного вступительного испытания
по общеобразовательному предмету «Математика»

Москва, 2015

Содержание программы

- 1) Требования к знаниям поступающих
- 2) Структура задания и критерии его оценивания
- 3) Содержание вступительного испытания
- 4) Список литературы
- 5) Образец задания

1) Требования к знаниям поступающих

На вступительном экзамене по математике поступающий в учебное заведение должен **показать**:

- а) чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- б) умение точно и сжато выражать математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Экзаменующийся должен

знать: Алгебра и начала математического анализа

1. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Процент числа.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9,10.
3. Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращённого умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.
8. Логарифмы и их свойства.
9. Одночлен и многочлен.
10. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
12. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность; чётность, нечётность.
13. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.
14. Определение и основные свойства функции: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a \neq 0$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций ($y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$), функции $y = \sqrt{x}$.
15. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
16. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.
17. Система и совокупности уравнений и неравенств. Решения систем и совокупностей.
18. Арифметическая и геометрическая прогрессия. Формула n -ого члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии.
19. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Синус и косинус двойного аргумента. Формулы понижения степени.
20. Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$; $\cos \alpha \pm \cos \beta$.
21. Определение производной. Её физический и геометрический смысл. Уравнение касательной.
22. Производные функций $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$; $y = x^n$ (n принадлежит \mathbb{Z}); $y = a^x$; $y = e^x$; $y = \log_a x$; $y = \ln x$; $y = kx+b$.

23. Понятие первообразной. Первообразные функций: $y = x^n$; $y = \frac{1}{x}$; $y = \sin x$; $y = \cos x$; $y = e^x$; $y = kx+b$, $y=k$.

24. Задача о вычислении площади фигуры, ограниченной линиями.

25. Основные понятия математической статистики: размах, мода, медиана, среднее арифметическое, частота, относительная частота.

26. Основные понятия комбинаторики. Формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний и размещений. Комбинаторное правило умножения.

27. Определение вероятности случайных событий. Достоверные и невозможные события; независимые события, противоположные события. Правила сложения и умножения вероятностей.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол. Величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Перпендикулярные прямые. Скрещивающиеся прямые.

2. Примеры преобразования фигур, виды симметрии.

3. Векторы. Операции над векторами.

4. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

5. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольника. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

6. Четырёхугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

7. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Вписанная и описанная окружности.

8. Центральные и вписанные углы.

9. Формула площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

10. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

11. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

12. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

13. Параллельность прямой и плоскости.

14. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

15. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

16. Признаки параллельности прямой и плоскости, параллельности плоскостей, перпендикулярности прямой и плоскости, перпендикулярности плоскостей, скрещивающихся прямых. Теорема о трёх перпендикулярах.

17. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали.

18. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

19. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

20. Формулы объёма параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.

21. Формулы площади поверхности призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, находить процент числа.

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы и совокупности уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения.

7. Находить объёмы и площади поверхностей призмы, пирамиды, цилиндра, конуса и шара.

8. Использовать основные теоремы стереометрии (см. п. 16 раздела I) при решении задач.

9. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.

2) Структура задания и критерии его оценивания

Экзамен по математике проводится в письменной форме.

Экзаменационный вариант содержит десять заданий: восемь по алгебре и началам математического анализа и два по геометрии (стереометрия).

Правильное решение каждого задания оценивается следующим образом:

- задание выполнено верно	10 баллов.
- ход решения верен, но есть некоторые недочеты (пропуски элементов доказательства, описки и т.п.)	8 баллов
- ход решения верен, но допущены негрубые ошибки	6 баллов
- ход решения верен, но допущены грубые ошибки	4 балла
- решение лишь начато и проведены некоторые преобразования	2 балла.
абитуриент не приступил к выполнению задания	- 0 баллов.

Окончательная оценка получается суммированием баллов по заданиям.

Если абитуриент набрал в сумме менее 30 баллов, то он считается не прошедшим вступительное испытание.

3) Содержание вступительного испытания

АЛГЕБРА

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем.

Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операцию возведения в степень и операцию логарифмирования. Основы тригонометрии. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.

Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

ФУНКЦИИ

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума). Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция (экспонента), её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Понятие о пределе последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Производные обратной функции и композиции данной функции с линейной.

Понятие об определенном интеграле как площади криволинейной трапеции.

Первообразная. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств.

Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач. Формула бинома Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

ГЕОМЕТРИЯ

Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство).

Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная. Угол между прямой и плоскостью.

Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Параллельное проектирование. Площадь ортогональной проекции многоугольника.

Изображение пространственных фигур.

Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка. Многогранные углы. Выпуклые многогранники. Теорема Эйлера.

Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.

Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.

Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная). Примеры симметрий в окружающем мире.

Сечения куба, призмы, пирамиды.

Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения параллельные основанию.

Шар и сфера, их сечения, касательная плоскость к сфере.

Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела. Отношение объемов подобных тел.

Формулы объема куба, прямоугольного параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса.

Формулы объема шара и площади сферы.

Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трем некопланарным векторам.

4) Список литературы

Основная

1. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы /Л.С. Атанасян и др. М., 2014.
2. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровень). 10-11 классы / Ш. А. Алимов и др. М., 2014.

Дополнительная

1. Математика: справочник для старшеклассников и поступающих в вузы/ О. Ю. Черкасов и др. М.: АСТ-ПРЕСС ШКОЛА, 2006
2. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: справочное пособие/ Л. И. Звавич и др.-М.: Дрофа, 2011.
3. Геометрия в таблицах. 7-11 кл.: справочное пособие./ Л. И. Звавич и др.- М.: Дрофа, 2011.
4. www.school-collection.edu.ru – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

5) Образец задания.

Вариант __

1. Первое число равно 9, а второе 6. Сколько процентов составляет разность этих чисел от их суммы?
2. Упростите выражение $3^{\frac{1}{2} \log_3 4}$.
3. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+2} \geq 4$.
4. Решите уравнение: $2 \sin^2 x \cos x + 2 \cos^3 x - 1 = 0$.
5. Упростите выражение $\frac{\sin 2\alpha}{\cos \alpha} - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$.
6. Найдите точки экстремума функции: $y = 0,4x^5 - \frac{4}{3}x^3$.
7. Напишите уравнение касательной к графику функции $y = x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.
8. Найдите вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков в сумме выпадет не меньше 11 очков.
9. Найдите площадь поверхности шара, если его диаметр равен 3.
10. Найдите объем правильной треугольной пирамиды, если ее апофема равна $2\sqrt{6}$ см и образует с плоскостью основания угол 45° .

Программа разработана в соответствии с ФГОС среднего общего образования Приказ Минобрнауки России от 6 октября 2009 года № 413

Автор-составитель:

Чернецов М.М., к.м.н., кафедра общеобразовательных дисциплин Российского государственного университета правосудия;