

СОГЛАСОВАНО
Центральной приемной
комиссией ФГБОУВО «РГУП»
(протокол от 28 октября 2024 г. № 58)

УТВЕРЖДЕНО
Учебно-методическим советом
ФГБОУВО «РГУП»
(протокол от 29 октября 2024 г. № 2)

ПРОГРАММА

**письменного вступительного испытания по дисциплине
«Математика (алгебра и основы математического анализа)»
для поступающих на базе среднего профессионального
образования на программы высшего образования
(бакалавриат и специалитет)
на 2025/2026 учебный год**

Содержание программы:

1. Требования к знаниям поступающих
2. Структура заданий и критерии оценивания
3. Содержание программы вступительного испытания
4. Список литературы
5. Образец задания

1. ТРЕБОВАНИЯ К ЗНАНИЯМ ПОСТУПАЮЩИХ

Дисциплину «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» (далее – дисциплина) сдают лица, поступающие на базе среднего профессионального образования на программы бакалавриата и специалитета

На вступительном испытании по дисциплине «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» поступающий должен:

показать:

- а) чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой;
- б) умение точно и сжато выразить математическую мысль в письменном изложении, использовать соответствующую символику;
- в) уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

знать:

1. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное. Процент числа.
2. Признаки делимости на 2,3,5,9,10,11.
3. Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), сложение, вычитание, умножение, деление и сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа (\mathbb{R}). Представление действительных чисел в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые и буквенные выражения. Формулы сокращённого умножения.
7. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень натуральной степени.
8. Логарифмы, их свойства и основные формулы.
9. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трёхчлена.
10. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.
11. График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность; чётность, нечётность.
12. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Стационарные и критические точки. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

13. Определение и основные свойства функций: линейной $y = ax + b$, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, логарифмической $y = \log_a x$, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$).

14. Уравнение. Корень уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

15. Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

16. Система и совокупности уравнений и неравенств. Решения систем и совокупностей.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -ого члена и суммы первых n членов арифметической и геометрической прогрессий. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

18. Основное тригонометрическое тождество и следствия из него. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух аргументов. Синус, косинус и тангенс двойного аргумента. Формулы приведения.

19. Обратные тригонометрические величины: арксинус, арккосинус, арктангенс числа. Формулы решения простейших тригонометрических уравнений.

20. Понятие о пределе последовательности и пределе функции. Основные свойства пределов функции. Вычисление простейших пределов. Неопределённости типа $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$.

21. Определение производной. Физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной.

22. Производные функций: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, $y = x^n$, $y = a^x$, $y = e^x$, $y = \log_a x$, $y = \ln x$, $y = kx + b$, $y = k$.

23. Понятие первообразной. Первообразные функций: $y = x^n$, $y = \frac{1}{x}$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = e^x$, $y = kx + b$, $y = k$.

24. Криволинейная трапеция. Задача о вычислении площади фигуры, ограниченной линиями. Формула Ньютона-Лейбница

25. Основные понятия математической статистики: размах, мода, медиана, среднее арифметическое, частота, относительная частота.

26. Основные понятия комбинаторики. Факториал. Формулы для вычисления числа перестановок, сочетаний и размещений. Комбинаторное правило умножения.

27. Определение вероятности случайных событий. Достоверные и невозможные события; независимые события, противоположные события. Правила сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.

уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, находить процент числа.

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей,

содержащих переменные, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы и совокупности уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

6. Вычислять простейшие пределы функции, в том числе неопределённостей типа $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$.

7. Находить производные линейной, квадратичной, степенной, логарифмической, показательной и тригонометрических функций, применять производную для исследования функций.

8. Находить первообразные линейной, квадратичной, степенной и тригонометрических функций. Вычислять площадь криволинейной трапеции и площади фигур, ограниченных линиями, применяя формулу Ньютона-Лейбница.

9. Решать простейшие задачи по комбинаторике и теории вероятностей с использованием комбинаторного правила умножения, формул подсчёта числа сочетаний, размещений и перестановок, определений вероятности случайного события и условной вероятности, теорем о сложении и умножении вероятностей.

2. СТРУКТУРА ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Структура заданий

Вступительное испытание осуществляется путём выполнения в письменной форме одного из вариантов тестовых заданий, которые в совокупности охватывают основное содержание разделов дисциплины «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**».

Каждый вариант экзаменационной работы по дисциплине «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» составлен в виде тестовых заданий, состоит из трёх частей «А», «В», «С» и включает 22 задания, различающиеся формой и уровнем сложности.

Часть «А» содержит 10 заданий с выбором одного или нескольких правильных ответов из предложенных.

Часть «В» содержит 10 заданий. В ней предложены следующие разновидности заданий:

- задания на выбор нескольких правильных ответов из предложенного

перечня ответов;

- задания на определение последовательности расположения данных элементов;
- задания на установление соответствия элементов, данных в нескольких информационных рядах;
- задания на решение уравнений с записью числового ответа.

Часть «С» предполагает развёрнутое решение двух заданий - комбинированного уравнения (неравенства) и текстовой задачи экономического содержания. При выполнении заданий этой части абитуриент должен показать: определённые предметные знания, умение применять известные методы решений, способность излагать решение задачи в письменной форме, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Критерии оценивания

Каждое задание части «А» в случае его правильного выполнения оценивается 2 баллами. Неверный ответ или его отсутствие – 0 баллов. Максимально возможное количество баллов за задания части А – **20 баллов**. Оценивание осуществляется автоматически компьютером по заранее настроенной и утверждённой программе.

Каждое задание части «В» в случае его правильного выполнения оценивается 5 баллами. Неверное выполнение или его отсутствие – 0 баллов. Максимально возможное количество баллов за задания части В – **50 баллов**. Оценивание осуществляется автоматически компьютером по заранее настроенной и утверждённой программе.

Рекомендуемое время выполнения заданий частей «А» и «В» – 60 мин.

Каждое задание части «С» в случае приведённого развёрнутого решения с необходимыми пояснениями оценивается **15 баллами**. За каждую допущенную негрубую ошибку снимается от 2 до 4 баллов. За каждую допущенную грубую ошибку, в частности за отсутствие необходимых обоснований при верном в целом ходе решения снимается от 5 до 8 баллов.

Рекомендуемое время выполнения задания части «С» – 30 мин.

Проверка и оценивание выполнения заданий части «С» осуществляется экзаменационной комиссией (ЭК) на основе вышеперечисленных критериев. В целях повышения объективности оценивания работы могут быть перепроверены председателем ЭК. Председателем ЭК перепроверяются все работы, оцененные высшими баллами и все работы, которые в ходе проверки членами ЭК не получили положительную оценку. Все полученные результаты утверждаются на заседании Приёмной комиссии.

Для подготовки ответов на части «А», «В», «С» отводится 2 академических часа (90 минут).

На основе результатов выполнения всех заданий работы баллы суммируются. Максимально за выполненные задания вступительного испытания по дисциплине «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» абитуриент может получить 100 баллов.

К последующему участию в конкурсе для поступления в Российский государственный университет правосудия **допускаются абитуриенты, набравшие** по итогам вступительного испытания по дисциплине «**Математика (алгебра и основы математического анализа)**» **не менее 41 балла.**

3. СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Алгебра

Корни и степени. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.

Логарифм. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .

Преобразования простейших выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирования. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основное тригонометрическое тождество. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус, косинус и тангенс двойного угла. Преобразования простейших тригонометрических выражений.

Простейшие тригонометрические уравнения. Арксинус, арккосинус, арктангенс числа.

Функции

Функции. Область определения и множество значений. График функции. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, чётность и нечётность, периодичность, ограниченность.

Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума. Экстремумы. Графическая интерпретация. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях.

Обратная функция. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции.

Степенная функция с натуральным показателем, её свойства и график.

Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

Тригонометрические функции, их свойства и графики; периодичность, основной период.

Показательная функция, её свойства и график.

Логарифмическая функция, её свойства и график.

Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Начала математического анализа

Понятие о пределе последовательности и пределе функции. Вычисление простейших пределов. Неопределённости типа $\left[\frac{\infty}{\infty}\right]$, $\left[\frac{0}{0}\right]$. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма.

Понятие о непрерывности функции.

Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции. Производные основных элементарных функций. Применение производной к исследованию функций и построению графиков.

Первообразная. Понятие об определённом интеграле как площади криволинейной трапеции. Формула Ньютона-Лейбница.

Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком.

Уравнения и неравенства

Решение рациональных, показательных, логарифмических уравнений и неравенств. Решение иррациональных и тригонометрических уравнений.

Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение простейших систем уравнений с двумя неизвестными. Решение систем неравенств с одной переменной.

Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

Поочерёдный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Факториал. Формулы числа перестановок, сочетаний,

размещений. Решение комбинаторных задач.

Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события. Сумма и произведение вероятностей. Условная вероятность. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события. Решение практических задач с применением вероятностных методов.

4. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Математика: Алгебра и начала математического анализа (базовый и углублённый уровень). 10-11 классы / Алимов Ш. А. и др. М., 2020.
2. Чернецов М.М. Математика [Электронный ресурс] : учебное пособие: рек. для СПО / Чернецов М.М. - отв. ред., Карбачинская Н.Б., Лебедева Е.С., Харитоновна Е.Е. - М.: РГУП, 2022. - 336 с.

Дополнительная:

3. Математика: справочник для старшеклассников и поступающих в вузы/ Черкасов О. Ю. и др. М.: АСТ-ПРЕСС ШКОЛА, 2016.
4. Алгебра в таблицах. 7-11 кл.: справочное пособие/ Звавич Л. И. и др.- М.: Дрофа, 2020.
5. www.school-collection.edu.ru – Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов.

5. ОБРАЗЕЦ ЗАДАНИЯ

Часть А

A1. Натуральными числами являются

: 5

: $\sqrt{19}$

: $-\sqrt{49}$

: 3,78

: $\sqrt[3]{64}$

A2. После упрощения выражение $(x^{1,5})^3 \cdot x^{-0,5} : \sqrt[4]{x^3}$ принимает вид

: $x^{4,25}$

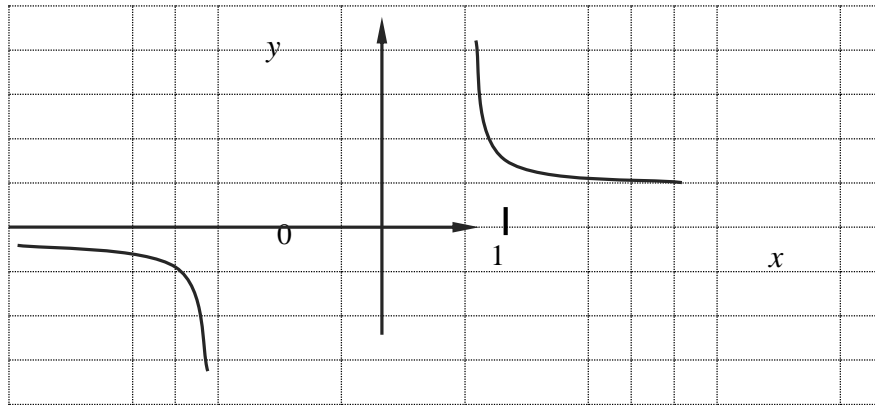
: $x^{5,75}$

: $x^{3,25}$

: $x^{4,75}$

: x

A3. Следующие утверждения соответствуют функции, график которой изображён на рисунке



- : функция является чётной
- : функция убывает на промежутке (2;3)
- : $x = 0$ – асимптота функции
- : $y = 0$ – асимптота функции
- : 4 – точка максимума функции
- : функция не имеет асимптот

A4. Решением неравенства $2^x > \frac{1}{16}$ является промежуток

- : $(-\frac{1}{7}; +\infty)$
- : $(-\infty; 3)$
- : $(-\infty; -\frac{1}{7})$
- : $(-4; +\infty)$
- : $(-\infty; 2,2)$
- : $(2,2; +\infty)$

A5. Верным расположением в порядке возрастания чисел является

- : $\log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}; \log_2 13; \log_2 5$
- : $\log_2 \frac{1}{91}; \log_2 \frac{1}{18}; \log_2 13; \log_2 5$
- : $\log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}; \log_2 5; \log_2 13$
- : $\log_2 13; \log_2 5; \log_2 \frac{1}{18}; \log_2 \frac{1}{91}$

A6. $\sin 2\alpha$ при условии, что $\cos \alpha = -0,6$ и $\alpha \in (\pi; \frac{3\pi}{2})$ равен

A7. Тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проведённой к графику функции $y = 3x^3 + 3x$ в точке $x_0 = \frac{1}{3}$ равен ...

A8. Значение предела функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^5}{x^5 - 4}$ равно ...

A9. В здании крупной компании хотят поставить внутренний телефон, номера которого будут состоять из любых трёх цифр. Максимально возможное количество телефонных абонентов в этом офисе будет

- : 1000
- : 720
- : 900
- : 999
- : 27
- : 30

A10. Вероятность некоторого события может принимать значения

- : 10
- : $1\frac{2}{7}$
- : $\frac{2}{7}$
- : 1
- : 0
- : 0,375
- : -0,4

Часть В

B1. Решением уравнения $3^{x+1} + 3^x = 12$ является

B2. Решением неравенства $\log_{0,6} 2x > \log_{0,6}(x+7)$ является

- : $(7; +\infty)$
- : $(-7; +\infty)$
- : $(-\infty; -7)$
- : $(-\infty; 7)$
- : $(0; 7)$
- : $(0; +\infty)$

B3. Соответствие между выражением и его значением

$\log_{0,2} \frac{1}{\sqrt{0,008}}$	6,5
$\log_{\sqrt{3}} 27\sqrt[4]{3}$	-1,5
$\lg \sqrt[3]{0,0001}$	$-\frac{4}{3}$
$\ln e^8$	8

B4. Функции $y = x^3 - 1,5x^2$ соответствуют следующие утверждения

- : 0 – точка максимума
- : 1 – точка максимума
- : функция убывает на отрезке [0; 1]
- : функция возрастает на отрезке [0; 1]
- : 0 – минимум функции
- : 0 – максимум функции

В5. После упрощения выражение $\frac{\cos(\pi+\alpha)\cdot\sin(2\pi-\alpha)}{c \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)}$ равно

- : $\sin \alpha$
- : $-\sin \alpha$
- : $-\cos \alpha$
- : $-\frac{1}{\sin \alpha}$

В6. Решением уравнения $2 \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$ являются все числа вида

- : $\pi n; -\frac{\pi}{3} + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- : $2\pi n; \frac{\pi}{3} + \pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- : $2\pi n; -\frac{\pi}{3} + 2\pi k; k, n \in \mathbb{Z}$
- : $\pm \frac{\pi}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z}$

В7. Первообразной $F(x)$ и производной $f'(x)$ функции $f(x) = x^3 - e^x + 2$ являются

- : $F(x) = 2x - e^x + C$ и $f'(x) = \frac{x^3}{3} - e^x$
- : $F(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + 2x + C$ и $f'(x) = 2x - e^x$
- : $F(x) = 2x - e^x + C$ и $f'(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + 2$
- : $F(x) = \frac{x^3}{3} - e^x + C$ и $f'(x) = 2x - e^x$

В8. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2 - 1$, $x = 2$ и $y = 0$, есть число

- : $-\frac{2}{3}$
- : $1\frac{1}{3}$
- : 3
- : $1\frac{2}{3}$
- : 1

В9. В студенческой группе 10 девушек и 15 юношей. Необходимо выбрать пятерых для участия в конференции, при этом среди выбранных должно быть хотя бы три девушки. Тогда количество вариантов выбора равно

: 16002
: 1512000
: 12600
: 1617840
: 56

В10. В лотерее 16 билетов, среди которых 3 выигрышных. Вероятность купить два выигрышных билета равна

: 0,97
: 0,03
: 0,025
: 1,1
: 0,6975

Часть С

С1. Решите уравнение:

$$\cos^2(x \cdot \sin x) = 1 + \log_{\frac{2}{5}}^2 \sqrt{x^2 + x + 1}$$

С2. Иван взял кредит в банке на срок 10 месяцев. В конце каждого месяца к оставшейся сумме долга добавляется 2% этой суммы и своим ежемесячным платежом Иван погашает эти добавленные проценты и уменьшает сумму долга. Ежемесячные платежи подбираются так, чтобы долг уменьшался на одну и ту же величину каждый месяц (такая схема называется «схемой с дифференцированными платежами»). Сколько рублей Иван должен выплатить банку, если третий платеж был равен 116 000 рублей?

Автор-составитель:

Чернецов М.М., к.ф.н., кафедра общеобразовательных дисциплин Российского государственного университета правосудия.

Программа вступительного испытания по общеобразовательному предмету «Математика» разработана на основании ФГОС среднего (полного) общего образования, утвержденного 17 мая 2012 года № 413 (ред. от 27.12.2023).

Одобрена на заседании кафедры общеобразовательных дисциплин (протокол № 2 от 25 сентября 2024 г.).

© Чернецов М.М., 2024
© ФГБОУВО «РГУП», 2024